

PESQUISA OPERACIONAL

CORREÇÃO DA NP1 DE 2018

Correção da prova tipo A. Os demais tipos tem resoluções idênticas variando alguns valores apenas.

1ª questão

- Uma pequena manufatura produz dois modelos, Standard e Luxo, de um determinado produto. Cada unidade do modelo Standard requer duas horas de lixamento e 1 hora de polimento. Cada unidade do modelo Luxo exige 2 horas de lixamento e 3 horas de polimento. A fábrica dispõe de 2 lixadoras e 3 polidoras, cada qual trabalhando 40 horas semanais. As margens de lucro são de \$24 e \$32, respectivamente, para cada unidade Standard e Luxo. Não existe restrições de demanda para ambos os modelos. Elabore o modelo matemático que permite calcular a produção semanal de cada um dos modelos que maximiza a margem total de lucro do fabricante.

Variáveis de decisão

- x = quantidade de produtos modelo Standard a ser produzida.
- y = quantidade de produtos modelo Luxo a ser produzida.

Parâmetros

Produtos	Lixamento	Polimentos	Margem de Lucro
Standard	2	1	\$24
Luxo	2	3	\$32
Total	80	120	

Função Objetivo

$$\max L = 24x + 32y$$

Restrições

$$\text{Lixamento} \rightarrow 2x + 2y \leq 80$$

$$\text{Polimento} \rightarrow 1x + 3y \leq 120$$

$$\text{Lógicas} \rightarrow x \geq 0 \text{ e } y \geq 0$$

Modelo matemático

$$\max L = 24x + 32y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 80 \\ 1x + 3y \leq 120 \\ x \geq 0 \text{ e } y \geq 0 \end{cases}$$

A

$$\max L = 24x + 32y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 80 \\ x + 3y \leq 120 \\ x \geq 0 \text{ e } y \geq 0 \end{cases}$$

C

$$\max L = 24x + 32y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 120 \\ x + 3y \leq 80 \\ x \geq 0 \text{ e } y \geq 0 \end{cases}$$

B

$$\max L = 24x + 32y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 80 \\ 1x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \text{ e } y \geq 0 \end{cases}$$

D

$$\max L = 24x + 32y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 80 \\ 2x + 3y \leq 120 \\ x \geq 0 \text{ e } y \geq 0 \end{cases}$$

2ª Questão

- Uma companhia produz três tipos de fertilizante, a partir da mistura de ingredientes à base de nitrato, fosfato e potássio e de um componente inerte, conforme mostra o quadro 1 que apresenta também os preços de vendas dos fertilizantes

TIPO DE FERTILIZANTE	% PESO DE NITRATO	% PESO DE FOSFATO	% PESO DE POTÁSSIO	% PESO DE COMPONENTE INERTE	PREÇO DE MERCADO (\$/t)
A	5	10	5	80	900
B	5	10	10	75	960
C	10	10	10	70	1100

Dados sobre disponibilidade e custos dos ingredientes são apresentados no quadro 2

INGREDIENTE	DISPONIBILIDADE (t)	CUSTO (\$/T)
Nitrato	1200	3000
Fosfato	2000	1000
Potássio	1400	1800
Componente inerte	Ilimitada	200

Dados sobre disponibilidade e custos dos ingredientes são apresentados no quadro 2

O custo de mistura, empacotamento e promoção de vendas é estimado em \$300 por tonelada para qualquer produto. A companhia possui contrato de longo prazo para fornecimento mensal de 6500 t de fertilizante A.

Elabore o modelo matemático de programação linear de modo a propor a programação da produção para o próximo mês, com objetivo de maximizar o lucro.

Variáveis de decisão

- x = quantidade em toneladas a ser produzida do fertilizante A
- y = quantidade em toneladas a ser produzida do fertilizante B
- z = quantidade em toneladas a ser produzida do fertilizante C

Parâmetros

TIPO DE FERTILIZANTE	% PESO DE NITRATO	% PESO DE FOSFATO	% PESO DE POTÁSSIO	% PESO DE COMPONENTE INERTE	PREÇO DE MERCADO (\$/t)
A	5	10	5	80	900
B	5	10	10	75	960
C	10	10	10	70	1000
Disponibilidade	1200	2000	1400	ilimitada	
Custo	3000	1000	1800	200	

Função objetivo

- Lucro corresponde ao preço de venda menos o preço de custos. No caso o preço de custo é formado pelo que custam os ingredientes e a embalagem mais demais despesas:

Lucro fertilizante A

$$= 900 - (0,05 \times 3000 + 0,10 \times 1000 + 0,05 \times 1800 + 0,80 \times 200) - 300 = 100$$

Lucro fertilizante B

$$= 960 - (0,05 \times 3000 + 0,10 \times 1000 + 0,10 \times 1800 + 0,75 \times 200) - 300 = 80$$

Lucro fertilizante C

$$= 1000 - (0,10 \times 3000 + 0,10 \times 1000 + 0,10 \times 1800 + 0,70 \times 200) - 300 = 70$$

Portanto a função objetivo será:

$$\mathbf{maxL = 100x + 80y + 70z}$$

Restrições

- *Nitrato* $\rightarrow 0,05x + 0,05y + 0,10z \leq 1200$
- *Fosfato* $\rightarrow 0,10x + 0,10y + 0,10z \leq 2000$
- *Potássio* $\rightarrow 0,05x + 0,10y + 0,10z \leq 1400$
- *Contrato de fornecimento* $\rightarrow x \geq 6500$
- *Lógicas* $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0$

Modelo Matemático

$$\max L = 100x + 80y + 70z$$

Sujeito à

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,05x + 0,05y + 0,10z \leq 1200 \\ 0,10x + 0,10y + 0,10z \leq 2000 \\ 0,05x + 0,10y + 0,10z \leq 1400 \\ x \geq 6500 \\ y \geq 0; z \geq 0 \end{array} \right.$$

A $\max L = 100x + 80y + 80z$

Sujeito à

$$\begin{cases} 0,05x + 0,05y + 0,10z \leq 1200 \\ 0,10x + 0,10y + 0,10z \leq 2000 \\ 0,05x + 0,10y + 0,10z \leq 1400 \\ x \geq 6500 \\ y \geq 0; z \geq 0 \end{cases}$$

C $\max L = 112y + 48z$

Sujeito à

$$\begin{cases} 0,05x + 0,05y + 0,10z \leq 1200 \\ 0,10x + 0,10y + 0,10z \leq 2000 \\ 0,10x + 0,08y + 0,12z \leq 1400 \\ x \geq 6500 \\ y \geq 0; z \geq 0 \end{cases}$$

B $\max L = 140x + 96y + 80z$

Sujeito à

$$\begin{cases} 0,05x + 0,05y + 0,10z \leq 1200 \\ 0,05x + 0,08y + 0,10z \leq 2000 \\ 0,05x + 0,10y + 0,10z \leq 1400 \\ x \geq 6500 \\ y \geq 0; z \geq 0 \end{cases}$$

D $\max L = 60x + 80y + 180z$

Sujeito à

$$\begin{cases} 0,10x + 0,05y + 0,05z \leq 1200 \\ 0,10x + 0,10y + 0,15z \leq 2000 \\ 0,05x + 0,10y + 0,10z \leq 1400 \\ x \geq 6500 \\ y \geq 0; z \geq 0 \end{cases}$$

3ª Questão

- Uma empresa de engenharia irá construir uma estrada em determinada região do país. Para isso, necessita retirar um grande volume de terra onde deverá ser construído um viaduto. Ela dispõe de caminhões com capacidade de carregamento de 20 toneladas e 30 metros cúbicos de volume e caminhões com capacidade de 15 toneladas e 24 metros cúbicos de volume. A quantidade de terra a ser transportada foi calculada em 9.200 toneladas e o volume em 14.004 metros cúbicos. Os caminhões maiores têm custo, por viagem, de \$65,00, e cada caminhão com capacidade menos, \$56,00. Monte o modelo matemático que determina quantas viagens devem ser feitas para cada tipo de caminhão para que o custo da empresa seja mínimo?

Variáveis de Decisão

- x = Quantidade de viagens a se fazer com o caminhão maior
- y = Quantidade de viagens a se fazer com o caminhão menor

Parâmetros

Caminhão	Capacidade Peso	Capacidade Volume	Custo por viagem
Maior	20	30	\$65
Menor	15	24	\$56
Total	9200	14004	

Função objetivo

$$\min C = 65x + 56y$$

Restrições

$$\text{Peso} \rightarrow 20x + 15y \geq 9200$$

$$\text{Volume} \rightarrow 30x + 24y \geq 14004$$

$$\text{Lógicas} \rightarrow x \geq 0; y \geq 0$$

Modelo Matemático

$$\min C = 65x + 56y$$

Sujeito à

$$\begin{cases} 20x + 15y \geq 9200 \\ 30x + 24y \geq 14004 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

A

$$\min C = 65x + 56y$$

Sujeito à

$$20x + 15y \geq 9200$$

$$30x + 24y \geq 14004$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

C

$$\min C = 65x + 56y$$

Sujeito à

$$20x + 12y \geq 9200$$

$$30x + 20y \geq 14004$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

B

$$\min C = 65x + 56y$$

Sujeito à

$$30x + 15y \geq 9200$$

$$28x + 24y \geq 14004$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

D

$$\min C = 65x + 56y$$

Sujeito à

$$20x + 15y \geq 10200$$

$$30x + 24y \geq 24004$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

4ª questão

Um fabricante de rações garante que a fórmula de uma de suas marcas contém um mínimo de 35% do peso em proteína, um mínimo de 1,5% de gordura e um máximo de 8% de fibras (celulose). O fabricante produz essa ração a partir de quatro alimentos primários, cujas porcentagens de proteína, gordura e celulose de cada um deles são dadas a seguir, assim como seus custos individuais. Estabelecer o modelo matemático para o cálculo da quantidade de cada um dos alimentos primários a ser usada na produção de uma tonelada de ração de forma a minimizar o custo da ração.

ALIMENTOS PRIMÁRIOS	NUTRIENTES			CUSTO (\$/t)
	CELULOSE	PROTEÍNA	GORDURA	
Alfafa	25	17	2	66,00
Resíduo destilar	3	25	5	92,00
Torta de peixe	1	60	7	156,00
Torta de soja	6,5	45,0	0,5	96,00

Variáveis de Decisão

- x_1 = quantidade de alfafa a se usar na ração
- x_2 = quantidade de resíduo de destilaria a se usar na ração
- x_3 = quantidade de torta de peixe a se usar na ração
- x_4 = quantidade de torta de soja a se usar na ração

Parâmetros

ALIMENTOS PRIMÁRIOS	NUTRIENTES (%)			CUSTO (\$/t)
	CELULOSE	PROTEÍNA	GORDURA	
Alfafa	25	17	2	66,00
Resíduo destilaria	3	25	5	92,00
Torta de peixe	1	60	7	156,00
Torta de soja	6,5	45,0	0,5	96,00
Máximo exigido	8			
Mínimo exigido		35	1,5	

Função Objetivo

$$\min C = 66x_1 + 92x_2 + 156x_3 + 96x_4$$

Restrições

$$\text{Celulose} \rightarrow 0,25x_1 + 0,03x_2 + 0,01x_3 + 0,065x_4 \leq 0,08 \times 1$$

$$\text{Proteína} \rightarrow 0,17x_1 + 0,25x_2 + 0,60x_3 + 0,45x_4 \geq 0,35 \times 1$$

$$\text{Gordura} \rightarrow 0,02x_1 + 0,05x_2 + 0,07x_3 + 0,005x_4 \leq 0,015 \times 1$$

$$\text{Produção Total} \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$\text{Lógicas} \rightarrow x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0;$$

Modelo Matemático

$$\min C = 66x_1 + 92x_2 + 156x_3 + 96x_4$$

Sujeito à

$$\begin{cases} 0,25x_1 + 0,03x_2 + 0,01x_3 + 0,065x_4 \leq 0,08 \\ 0,17x_1 + 0,25x_2 + 0,60x_3 + 0,45x_4 \geq 0,35 \\ 0,02x_1 + 0,05x_2 + 0,07x_3 + 0,005x_4 \leq 0,015 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0 \end{cases}$$

A

$$\min C = 66x_1 + 92x_2 + 156x_3 + 96x_4$$

Sujeito à

$$0,25x_1 + 0,03x_2 + 0,01x_3 + 0,065x_4 \leq 0,08$$

$$0,17x_1 + 0,25x_2 + 0,60x_3 + 0,45x_4 \geq 0,35$$

$$0,02x_1 + 0,05x_2 + 0,07x_3 + 0,005x_4 \leq 0,015$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0$$

C

$$\min C = 66x_1 + 92x_2 + 156x_3 + 96x_4$$

Sujeito à

$$0,25x_1 + 0,03x_2 + 0,01x_3 + 0,065x_4 \leq 0,09$$

$$0,17x_1 + 0,25x_2 + 0,60x_3 + 0,45x_4 \geq 0,40$$

$$0,02x_1 + 0,05x_2 + 0,07x_3 + 0,005x_4 \leq 0,035$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0$$

B

$$\min C = 66x_1 + 92x_2 + 156x_3 + 96x_4$$

Sujeito à

$$0,25x_1 + 0,03x_2 + 0,01x_3 + 0,065x_4 \leq 0,06$$

$$0,17x_1 + 0,25x_2 + 0,60x_3 + 0,45x_4 \geq 0,25$$

$$0,02x_1 + 0,05x_2 + 0,07x_3 + 0,005x_4 \leq 0,025$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0$$

D

$$\min C = 66x_1 + 92x_2 + 156x_3 + 96x_4$$

Sujeito à

$$0,25x_1 + 0,03x_2 + 0,01x_3 + 0,065x_4 \leq 0,10$$

$$0,17x_1 + 0,25x_2 + 0,60x_3 + 0,45x_4 \geq 0,20$$

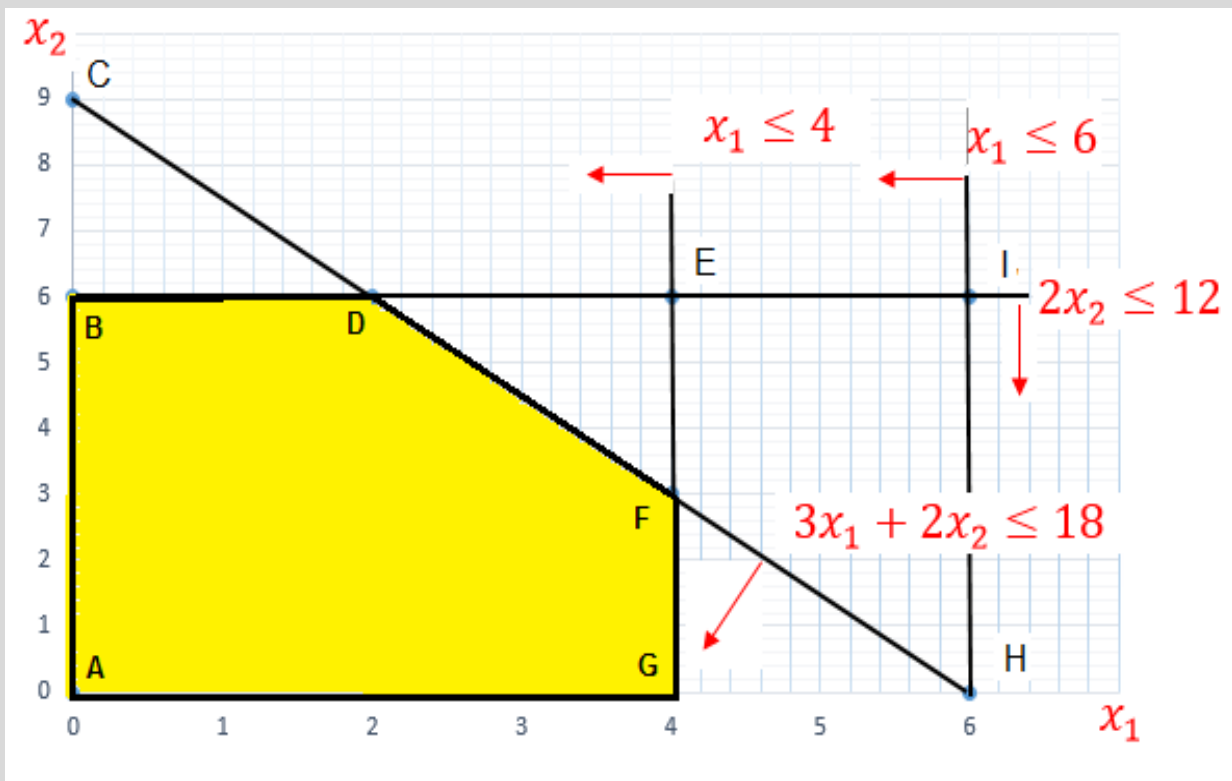
$$0,02x_1 + 0,05x_2 + 0,07x_3 + 0,005x_4 \leq 0,005$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0$$

5ª questão TURMA A

- O gráfico a seguir mostra a resolução da seguinte situação problema:
- $MaxL = 3x_1 + 5x_2$
- Sujeito às restrições:
- $x_1 \leq 4$
- $2x_2 \leq 12$
- $x_1 \leq 6$
- $3x_1 + 2x_2 \leq 18$
- $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$
- Determinar:
- A região permissível.
- A solução ótima para x_1 e x_2 .
- (observação: utilizar o gráfico desta prova para determinar a região permissível)



Cálculos das coordenadas:

Para ponto D: $x_2 = 6 \rightarrow 3x_1 + 2 \times 6 = 18 \rightarrow x_1 = 2$

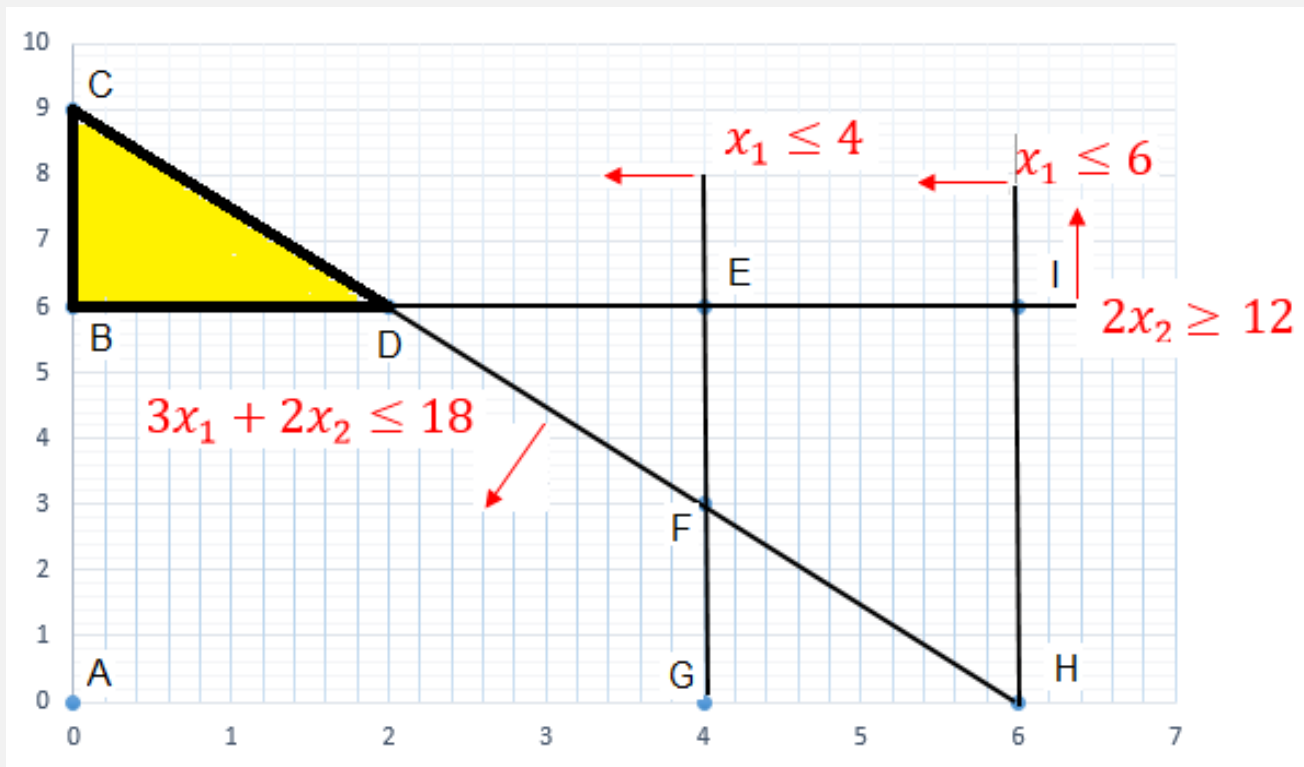
Para ponto F: $x_1 = 4 \rightarrow 3 \times 4 + 2 \times x_2 = 18 \rightarrow x_2 = 3$

A solução ótima é o ponto D no qual $x_1 = 2$; $x_2 = 6$ e o lucro = R\$ 36,00

PONTO	x_1	x_2	Lucro $3x_1 + 5x_2$
A	0	0	R\$ 0,00
B	0	6	R\$ 30,00
D	2	6	R\$ 36,00
F	4	3	R\$ 27, 00
G	4	0	R\$ 12,00

5ª questão TURMA B

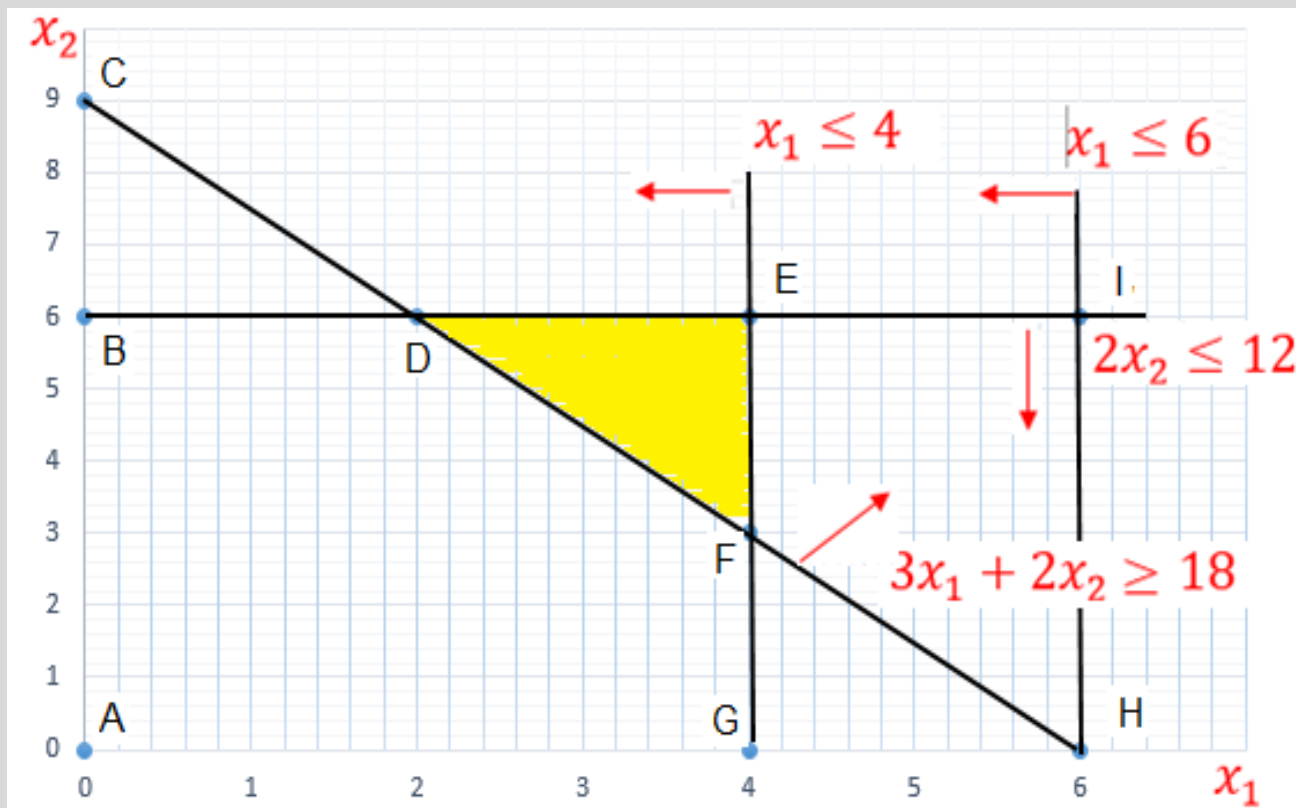
- O gráfico a seguir mostra a resolução da seguinte situação problema:
- $MaxL = 3x_1 + 5x_2$
- Sujeito às restrições:
- $x_1 \leq 4$
- $2x_2 \geq 12$
- $x_1 \leq 6$
- $3x_1 + 2x_2 \leq 18$
- $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$
- Determinar:
- A região permissível.
- A solução ótima para x_1 e x_2 .
- (observação: utilizar o gráfico desta prova para determinar a região permissível)



PONTO	x_1	x_2	Lucro $3x_1 + 5x_2$
B	0	6	R\$ 30,00
C	0	9	R\$ 45,00
D	2	6	R\$ 36,00

5ª questão TURMA C

- O gráfico a seguir mostra a resolução da seguinte situação problema:
- $MaxL = 3x_1 + 5x_2$
- Sujeito às restrições:
- $x_1 \leq 4$
- $2x_2 \leq 12$
- $x_1 \leq 6$
- $3x_1 + 2x_2 \geq 18$
- $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$
- Determinar:
- A região permissível.
- A solução ótima para x_1 e x_2 .
- (observação: utilizar o gráfico desta prova para determinar a região permissível)



Cálculos das coordenadas:

Para ponto D: $x_2 = 6 \rightarrow 3x_1 + 2 \times 6 = 18 \rightarrow x_1 = 2$

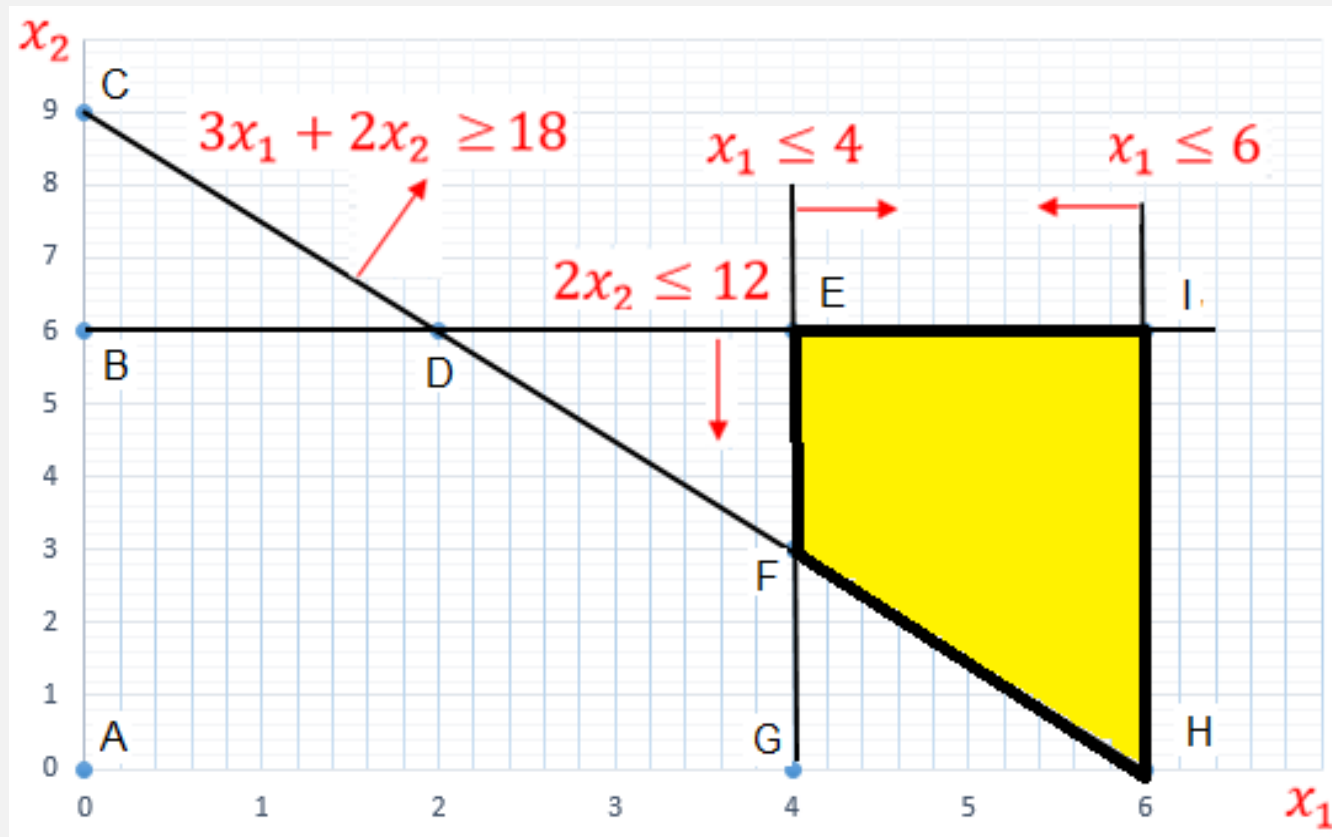
Para ponto F: $x_1 = 4 \rightarrow 3 \times 4 + 2 \times x_2 = 18 \rightarrow x_2 = 3$

A solução ótima é o ponto E no qual $x_1 = 4$; $x_2 = 6$ e o lucro = R\$ 42,00

PONTO	x_1	x_2	Lucro $3x_1 + 5x_2$
D	2	6	R\$ 36,00
E	4	6	R\$ 42,00
F	4	3	R\$ 27, 00

5ª questão TURMA D

- O gráfico a seguir mostra a resolução da seguinte situação problema:
- $MaxL = 3x_1 + 5x_2$
- Sujeito às restrições:
- $x_1 \geq 4$
- $2x_2 \leq 12$
- $x_1 \leq 6$
- $3x_1 + 2x_2 \geq 18$
- $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$
- Determinar:
- A região permissível.
- A solução ótima para x_1 e x_2 .
- (observação: utilizar o gráfico desta prova para determinar a região permissível)



Cálculos das coordenadas:

Para ponto F: $x_1 = 4 \rightarrow 3 \times 4 + 2 \times x_2 = 18 \rightarrow x_2 = 3$

A solução ótima é o ponto I no qual $x_1 = 6$; $x_2 = 6$ e o lucro = R\$ 48,00

PONTO	x_1	x_2	Lucro $3x_1 + 5x_2$
E	4	6	R\$ 42,00
F	4	3	R\$ 27,00
I	6	6	R\$ 48,00
H	6	0	R\$ 18,00